ЦГТА - 777 -задаци

јануар 2008

Раде-едаР

1. Доказати да једначина

$$z \cos z = 1$$

има тачно два не-реална (строго комплексна) решења.

(задатак предложили Слободан Вујошевић и Велибор Бојковић (Подгорица))

2. Свима је добро позната *синусна теорема* из елементарне тригонометрије. Доказати сличну по духу релацију

$$\frac{1}{a}\frac{\partial \alpha}{\partial b} = \frac{1}{b}\frac{\partial \beta}{\partial a} \tag{1}$$

где су α, β и γ углови троугла схваћени као функције дужина страна a, b и c. Из релације (1) дедуковати да је **затворена** следећа **диференцијална форма**

$$\omega = \frac{\alpha}{a}da + \frac{\beta}{b}db + \frac{\gamma}{c}dc$$

тј. доказати да важи релација $d\omega = 0$. Шта се може рећи о функцији f за коју важи релација $df = \omega$?

3. Нека је S_n група свих пермутација скупа од n елемената. Означимо са (i, j) транспозицију, тј. пермутацију која замењује места елемената i и j док остале елементе оставља на месту. Нека је $X_k = (1, k) + (2, k) + \dots (k-1, k) + (k, k)$, збир свих елемената у k-тој врста следеће таблице:

(1,1)

(1,2)   (2,2)

(1,3)   (2,3)   (3,3)

(1,4)   (2,4)   (3,4)   (4,4)

...

(1,n)   (2,n)   ......   (n-1,n)   (n,n)

Доказати да важи релација

$$X_1 X_2 \dots X_n = \sum_{\pi \in S_n} \pi$$

где се сви рачуни изводе у тзв. **групној алгебри** $\mathbb{C}[S_n]$ групе S_n.